

MAI 2 – „dobrovolný“ domácí úkol ze cvičení 6

(můžete si vybrat příklady, na kterých si můžete „zkusit“ substituci a také zopakovat integraci racionálních funkcí - některé příklady byly už v dŮ 5, ale řešené jen výjimečně).

Najděte primitivní funkce na maximálních otevřených intervalech.

$$1. \int \frac{\sqrt{x}-1}{x \cdot (x-2\sqrt{x}+2)} dx ; \int \frac{1}{x^2} \cdot \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx ; \int \frac{1+\sqrt[4]{x}}{x+\sqrt{x}} dx ;$$

$$2. \int \frac{\log x}{x(\log^2 x - 2\log x + 2)(\log x - 1)} dx \quad (\log x \text{ je přirozený logaritmus}) ; \int \frac{7e^x - 20}{e^{2x} - 6e^x + 10} dx$$

3. Integrály typu $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$ (Eulerovy substituce nebo „jiný“ nápad):

$$(i) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1}} dx ; \int \frac{1}{x1 + \sqrt{x^2 + x + 1}} dx ; \int \frac{1}{x\sqrt{x^2 + x + 1}} dx \quad (\text{zkuste také } t = \frac{1}{x}) ;$$

$$(ii) \int \frac{1}{\sqrt{2+x-x^2}} dx ; \int \frac{1}{x\sqrt{2+x-x^2}} dx ; \int \frac{1}{x+\sqrt{2+x-x^2}} dx ;$$

$$(iii) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} dx \quad \text{také lze } x = \cosh t \quad (\cosh t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}, \sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2} \text{ a } \cosh^2 t - \sinh^2 t = 1)$$

nebo

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 1}} dx \quad (\text{zkuste také } t = \frac{1}{x}, t = 1 + x^2, t = \sqrt{1 + x^2} \text{ nebo } x = \sinh t).$$

$$4. \int \frac{1}{\sin^2 x + \tan^2 x} dx ;$$

$$\text{a „slepování“ primitivní funkce } \int \frac{2 + \sin x}{2 - \sin x} dx \text{ nebo } \int \frac{1}{2 + \cos x} dx .$$